

7. cvičení - výsledky

Příklad 1.

- (a) Funkce f nabývá na M maxima hodnoty $\frac{1+\sqrt{15}}{2}$ v bodě $\left[\sqrt{\frac{3}{5}}, -\frac{1}{2}, \sqrt{\frac{3}{20}}\right]$ a minima hodnoty $\frac{1-\sqrt{15}}{2}$ v bodě $\left[-\sqrt{\frac{3}{5}}, -\frac{1}{2}, -\sqrt{\frac{3}{20}}\right]$.
- (b) Funkce f nabývá na M maxima hodnoty $\frac{3}{e}$ v bodě $[0, 1]$ a minima hodnoty 0 v bodě $[0, 0]$.
- (c) Funkce f nabývá na M maxima hodnoty $2\sqrt{14}$ v bodě $\sqrt{\frac{2}{7}}[2, 1, 3]$ a minima hodnoty $-2\sqrt{2}$ v bodě $\sqrt{2}[0, 1, -1]$.
- (d) Funkce f nenabývá maxima ani minima na množině M . Supremum funkce f na M je 1 a infimum je $-\frac{1}{2}$.

Příklad 2.

- (a) Funkce f nabývá na M maxima hodnoty $\sqrt{5}$ v bodech $[\sqrt{5}, 0, \pm\sqrt{2} - \sqrt{5}]$ a minima hodnoty -3 v bodech $[-2, \pm 1, 2]$.
- (b) Jelikož například $f(n+2, 0, n) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} +\infty$, tak f není na M shora omezená a tudíž neexistuje její supremum ani maximum. Minima na M hodnoty $\frac{10}{3}$ nabývá v bodech $[\pm\frac{5}{3}, 0, \mp\frac{1}{3}]$.
- (c) Funkce f nabývá na M maxima hodnoty $\sqrt{5}$ v bodech $[x, 0, \frac{x-\sqrt{5}}{2}]$, pro všechna $x \in \langle -\sqrt{2}, \sqrt{2} \rangle$, a minima hodnoty -3 v bodech $[0, \pm 1, 1]$.
- (d) Jelikož například $f(1 - \frac{8}{9}y^2, y, 0) \xrightarrow{y \rightarrow +\infty} +\infty$, tak f není na M shora omezená a tudíž neexistuje její supremum ani maximum. Minima na M hodnoty $\frac{441}{512}$ nabývá v bodech $[\frac{3}{16}, \pm\frac{3\sqrt{17}}{16}, \frac{9}{32}]$.
- (e) Funkce f nabývá na M maxima hodnoty $\frac{1}{4}$ v bodech $[\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{\sqrt{2}}, 0]$ a minima hodnoty $-\frac{1}{4}$ v bodech $[0, \pm\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}]$.
- (f) Funkce f nabývá na M maxima hodnoty $\frac{1}{\sqrt{2}}$ v bodech $[\pm\frac{1}{\sqrt{2}}, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{2}]$ a minima hodnoty $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ v bodech $[\mp\frac{1}{\sqrt{2}}, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{2}]$.
- (g) Funkce f nabývá na M maxima hodnoty $\frac{4^3}{3^3}$ v bodě $\frac{4}{3}[1, 1]$ a minima hodnoty 0 v bodě $[0, 1]$.
- (h) Funkce f nenabývá maxima ani minima na množině M . Supremum funkce f na M je $\sqrt{2} + \sqrt{\frac{7}{2}}$ a infimum je $-\sqrt{2} - \sqrt{\frac{7}{2}}$.

- (i) Funkce f nabývá na M maxima hodnoty $e^{\frac{1}{3\sqrt{3}}}$ v bodech $\sqrt{\frac{1}{3}}[1, 1, 1]$, $\sqrt{\frac{1}{3}}[-1, -1, 1]$, $\sqrt{\frac{1}{3}}[1, -1, -1]$ a minima hodnoty $e^{-\frac{1}{3\sqrt{3}}}$ v bodě $\sqrt{\frac{1}{3}}[1, -1, 1]$.
- (j) Funkce f nabývá na M maxima hodnoty 18 v bodě $[2, 0]$ a minima hodnoty 0 v bodě $[0, 0]$.
- (k) Funkce f nenabývá maxima ani minima na množině M . Supremum funkce f na M je $\sqrt{2} + 1$ a infimum je $-\sqrt{2} - 1$.

Příklad 3.

- (a) Vzdálenost je $\frac{3\sqrt{11}}{11}$ a nejbližší bod je $[\frac{2}{11}, \frac{8}{11}, \frac{8}{11}]$.
- (b) Podstava má hrany stejné délky a to $\sqrt[3]{2V}$, výška je $\frac{1}{2}\sqrt[3]{2V}$.
- (c) Podstava má hrany stejné délky a to 8, výška je také 8.
- (d) Číslo je třeba rozložit na čtyři stejné sčítance.
- (e) Maximalizujte funkci $f(x, y) = xy$ vzhledem k množině $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; 2x + y = 100\}$. Vazební funkce z naší věty tedy bude $g(x, y) = 2x + y - 100$.